Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Брестский государственный технический университет»

Кафедра ИИТ

**Лабораторная работа №4**

«Решение задач линейного программирования

симплекс-методом в табличной форме»

Выполнил:

студент 3 курса

группы АС-53

Данилюк В. А.

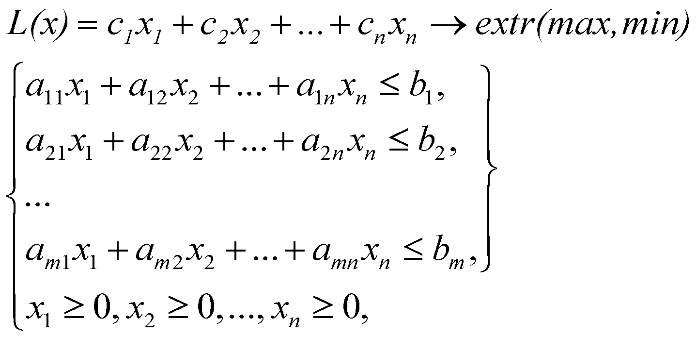
Проверила:

Лизун Л.В.

Брест, 2020

**Цель работы:** изучение алгоритма симплекс-метода в табличной форме.

**Постановка задачи.** Используя теоретические сведения, представленные в данном описании, и обучающе-контролирующую программу Simplex, изучить алгоритм табличного симплекс-метода для решения задачи линейного программирования в нормальной форме



***Вариант 7***

Решим прямую задачу линейного программирования симплексным методом, с использованием симплексной таблицы.  
Определим минимальное значение целевой функции F(X) = *-x1 + 4x2 + x3* при следующих условиях-ограничений.  
 *x1 +2x2 + x3 ≤90*

*2x1 - x2 + x3 ≤10*

*-x1 + x2 +2x3 ≤40*

Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).  
В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x4. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x6.  
x1+2x2+x3+x4 = 90  
2x1-x2+x3+x5 = 10  
-x1+x2+2x3+x6 = 40  
Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A = | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | | 2 | -1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | -1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | |  | |  |

**Базисные переменные** это переменные, которые входят только в одно уравнение системы ограничений и притом с единичным коэффициентом.  
Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x4, x5, x6  
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:  
X0 = (0,0,0,90,10,40)  
**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x4 | 60 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| x5 | 50 | 2 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 40 | -1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | 1 | -4 | -1 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.  
**Итерация №0**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2  
и из них выберем наименьшее:  
min (90 : 2 , - , 40 : 1 ) = 40  
Следовательно, 3-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (1) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x4 | 90 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 45 |
| x5 | 50 | 2 | -1 | 1 | 0 | 1 | 0 | - |
| x6 | 40 | -1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 40 |
| F(X1) | 0 | 1 | -4 | -1 | 0 | 0 | 0 |  |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x6 в план 1 войдет переменная x2.  
Строка, соответствующая переменной x2 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x6 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=1. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x2 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x2 и столбец x2. Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.  
НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ  
СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (1), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| 90-(40 • 2):1 | 1-(-1 • 2):1 | 2-(1 • 2):1 | 1-(2 • 2):1 | 1-(0 • 2):1 | 0-(0 • 2):1 | 0-(1 • 2):1 |
| 10-(40 • -1):1 | 2-(-1 • -1):1 | -1-(1 • -1):1 | 1-(2 • -1):1 | 0-(0 • -1):1 | 1-(0 • -1):1 | 0-(1 • -1):1 |
| 40 : 1 | -1 : 1 | 1 : 1 | 2 : 1 | 0 : 1 | 0 : 1 | 1 : 1 |
| 0-(40 • -4):1 | 1-(-1 • -4):1 | -4-(1 • -4):1 | -1-(2 • -4):1 | 0-(0 • -4):1 | 0-(0 • -4):1 | 0-(1 • -4):1 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x4 | 10 | 3 | 0 | -3 | 1 | 0 | -2 |
| x5 | 50 | 1 | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 |
| x2 | 40 | -1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| F(X1) | 160 | -3 | 0 | 7 | 0 | 0 | 4 |

**Итерация №1**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1  
и из них выберем наименьшее:  
min (10 : 3 , 50 : 1 , - ) = 31/3  
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (3) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |
| --- |
|  |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x4 | 10 | 3 | 0 | -3 | 1 | 0 | -2 | 10/3 |
| x5 | 50 | 1 | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 50 |
| x2 | 40 | -1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | - |
| F(X2) | 160 | -3 | 0 | 7 | 0 | 0 | 4 |  |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x4 в план 2 войдет переменная x1.  
Строка, соответствующая переменной x1 в плане 2, получена в результате деления всех элементов строки x4 плана 1 на разрешающий элемент РЭ=3. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x1 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 2 заполнены строка x1 и столбец x1. Все остальные элементы нового плана 2, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| 10 : 3 | 3 : 3 | 0 : 3 | -3 : 3 | 1 : 3 | 0 : 3 | -2 : 3 |
| 50-(10 • 1):3 | 1-(3 • 1):3 | 0-(0 • 1):3 | 3-(-3 • 1):3 | 0-(1 • 1):3 | 1-(0 • 1):3 | 1-(-2 • 1):3 |
| 40-(10 • -1):3 | -1-(3 • -1):3 | 1-(0 • -1):3 | 2-(-3 • -1):3 | 0-(1 • -1):3 | 0-(0 • -1):3 | 1-(-2 • -1):3 |
| 160-(10 • -3):3 | -3-(3 • -3):3 | 0-(0 • -3):3 | 7-(-3 • -3):3 | 0-(1 • -3):3 | 0-(0 • -3):3 | 4-(-2 • -3):3 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x1 | 10/3 | 1 | 0 | -1 | 1/3 | 0 | -2/3 |
| x5 | 140/3 | 0 | 0 | 4 | -1/3 | 1 | 5/3 |
| x2 | 130/3 | 0 | 1 | 1 | 1/3 | 0 | 1/3 |
| F(X2) | 170 | 0 | 0 | 4 | 1 | 0 | 2 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Среди значений индексной строки нет положительных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.  
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x1 | 10/3 | 1 | 0 | -1 | 1/3 | 0 | -2/3 |
| x5 | 140/3 | 0 | 0 | 4 | -1/3 | 1 | 5/3 |
| x2 | 130/3 | 0 | 1 | 1 | 1/3 | 0 | 1/3 |
| F(X3) | 170 | 0 | 0 | 4 | 1 | 0 | 2 |

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 31/3, x2 = 431/3, x3 = 0  
F(X) = -1\*31/3 + 4\*431/3 + 1\*0 = 170

**Вывод:** в ходе лабораторной работы изучили алгоритма симплекс-метода в табличной форме. В задаче на min - x(3) – оптимальный базисный план с лучшим значением целевой функции . x1 = 31/3, x2 = 431/3, x3 = 0. L(x)= -1\*31/3 + 4\*431/3 + 1\*0 = 170.